

**2108002202050032**  
**EXAMINATION DECEMBER 2024**  
**BACHELOR OF COMMERCE (EXTERNAL) (SECOND YEAR)**  
**STATISTICS - II – LEVEL 5**

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks: 100]

**Instructions:**

1. Fill up strictly the following details on your answer book
  - a. Name of the Examination: **BACHELOR OF COMMERCE (EXTERNAL) (SECOND YEAR)**
  - b. Name of the Subject: **STATISTICS – II – LEVEL 5**
  - c. Subject Code No: **2108002202050032**
2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

English Version

[Max. Marks 100]

**Q.1 Answer the following questions.**

**20**

1. The annual trend equation with origin 2022 is  $y = 224 + 80x + 4x^2$  then obtain the quarterly trend equation.
2. Find the original time series from the following information.

Year	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Trend	39.25	41.00	42.875	45.125	45.5	45.625
Short-term fluctuations	-4.25	0	-0.875	1.875	2.5	0.375

3. State the limitation of the moving average method.
4. If  $x$  and  $y$  are independent gamma variables with parameter  $p$  and  $q$  respectively, then show that  $x + y$  is the gamma variable with the parameter  $p + q$ .
5. If  $b_{yx} = 0.75$ ,  $b_{xy} = 0.85$ , and  $\sigma_y = 5$  then find  $\sigma_x$ .
6. If  $r_{12.3} = 0.7586$ ,  $r_{13} = -0.4$ ,  $r_{23} = -0.56$  then find  $r_{12}$
7. Write the properties of t- distribution.
8. If the total cost function is  $C = 50 + 3x + \sqrt{x}$  then find marginal cost when demand is 100 unit.
9. If the demand function is  $P = 30 - \frac{x}{2}$  then How many units should be produced to maximize revenue?

10. State the characteristics of demand function.

**Q.2** (a) What is the meaning of Time series? Explain the components of the Time series. **6**

(b) The monthly sales (Rs in lakhs) of a company are given in the table below. Fit the second degree parabolic trend equation and also obtain short term variation Find the projected sales for the year 2023 using the obtained equation. **8**

Year	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Sales (in lakhs)	80	85	90	76	82	88

(c) If  $x$  is a gamma variable with parameter  $n$ , prove that, **6**

- $E(x) = V(x) = n$
- $M_x(t) = (1 - t)^{-n}$

**OR**

(a) Explain the method of least squares for solving linear trend equations and second degree parabolic equations. **6**

(b) Find seasonal fluctuations and irregular fluctuations by the seasonal moving average method for the following data. **8**

year	First quarter	Second quarter	Third quarter	Fourth quarter
2020	118	112	111	113
2021	115	108	116	111
2022	116	113	113	117
2023	120	118	119	125

(c) If the variable  $x$  is a beta variable of the first kind with parameter  $p$  and  $q$  then prove that, **6**

- $V(x) = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}$
- $E\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{p+q-1}{p-1}$

**Q.3** (a) If demand function is  $x = f(p)$  and its elasticity of demand is  $e$  then show that for the functions  $P \cdot f(P)$  and  $\frac{f(p)}{p}$  the elasticity of demand is  $e - 1$  and  $e + 1$  respectively. **8**

(b) A cinema has 1600 seats. While the ticket price is Rs. 2, 00, 600 seats remain vacant and when the ticket price is Rs. 2.50 then 880 seats are filled. If the ticket price is  $p$  and the audience attendance is  $x$ , then the **6**

law of demand is  $x = \frac{a}{p} + \beta$ , where  $a$  and  $\beta$  are constants. Determine the Constant, and write the exact form of the demand function. If the whole theater is to be full, then the ticket price should be kept for the show? At what price of this ticket will the revenue be maximized?

(c) Define F - distribution. Find its mean and variance. 6

**OR**

(a) Explain the elasticity of demand. Obtain the relationship between average revenue, marginal revenue and elasticity of demand. 6

(b) The demand function and total cost function for a monopolist are as follows: 8

$$p = 40 - x \text{ (Demand function)}$$

$$C = 10 + 5x + \frac{1}{4}x^2 \text{ (Cost function).}$$

How much will a monopolist produce to maximize profit? Find the price for maximum and the maximum profit.

(c) Define  $\chi^2$ - distribution with  $n$  degree of freedom. Obtain its mean and variance. 6

**Q.4** (a) Obtain regression equation of  $y$  on  $x$  is  $y - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$  by least square method and prove that as usual notation that,  $r = \pm \sqrt{b_{yx} \times b_{xy}}$  8

(b) Two uncorelated variables  $x$  and  $y$  have means 5 and 10 respectively and their variances are 4 and 9 respectively. If  $u = 3x + 4y$  and  $v = 3x - y$  then find the correlation between  $u$  and  $v$ . 5

(c) If  $x$  and  $y$  are independent gamma variables with parameter  $p$  and  $q$  then show that, 7

1.  $x + y$  is a gamma variable with frequency  $p + q$ .

2.  $\frac{x}{x+y}$  is a beta variable of the first type with prevalence  $p$  and  $q$ .

**OR**

(a) Define correlation coefficient and show that the value of correlation coefficient is independent of origin and change of scale. 6

(b) If  $x$  and  $y$  are independent variables Show that 7

$$r_{x+y, x-y} = r_x^2 - r_y^2$$

(c) As usual notation, Prove that, 7

$$\beta(p, q) = \frac{\bar{p} \bar{q}}{\bar{p} + \bar{q}}$$

**Q.5**

(a) Define the partial correlation coefficient  $r_{12.3}$  and prove that as usual notation, 6

$$r_{13.2} = \frac{r_{13} - r_{12}r_{32}}{\sqrt{1 - r_{12}^2} \sqrt{1 - r_{32}^2}}$$

(b) If  $\bar{X}_1 = 8, \bar{X}_2 = 10, \bar{X}_3 = 5, \sigma_1 = 1.8, \sigma_2 = 3.6, \sigma_3 = 0.6, r_{12} = 0.6, r_{13} = 0.7, r_{23} = 0.8$ , then obtain regression equation of  $X_1$  on  $X_2$  and  $X_3$  and estimate the value of  $X_1$  when  $X_2 = 9$  and  $X_3 = 8$ . 7

(c) If  $X^2$  is a chi-square variate with  $n$  degrees of freedom and if  $n \rightarrow \infty$  then show that the distribution of  $X^2$  follows normal distribution. 7

**OR**

(a) Give the definition of multiple correlation coefficient and prove that as usual notation. 7

$$1 - R_{1(23)}^2 = (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)$$

(b) If  $r_{12} = 0.28, r_{13} = 0.51, r_{23} = 0.49, \sigma_1 = 2.7, \sigma_2 = 2.4, \sigma_3 = 2.7$ , then find  $\sigma_{2.31}$  and  $R_{1(23)}$ . 6

(c) Obtain the Student - t distribution and find its variance. 7

\*\*\*\*\*

Gujarati Version

[Max. Marks 100]

**Q.1 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.**

**20**

1. ઉદ્ગમ બિંદુ 2022 સાથેનું વાર્ષિક વલણ સમીકરણ  $y = 224 + 80x + 4x^2$  છે તો ત્રિમાસિક વલણ સમીકરણ મેળવો.

2. નીચેની માહિતી પથી મૂળ સામાયિક શ્રેણી શોધો.

વર્ષ	2017	2018	2019	2020	2021	2022
વલણ	39.25	41.00	42.875	45.125	45.5	45.625
અલ્પકાલીન વધઘટ	-4.25	0	-0.875	1.875	2.5	0.375

3. ચલિત સરેરાશની રીતની મર્યાદા જણાવો.
4. જો  $x$  અને  $y$  અનુક્રમે પ્રચલ  $p$  અને  $q$  વડે નિરપેક્ષ ગામા ચલો હોય તો, બતાવો કે  $x + y$  એ પ્રચલ  $p + q$  વડે ગામા ચલ છે
5. જો  $b_{yx} = 0.75$ , If  $b_{xy} = 0.85$ , અને  $\sigma_y = 5$  હોય તો  $\sigma_x$  શોધો.
6. જો  $r_{12.3} = 0.7586$ ,  $r_{13} = -0.4$ ,  $r_{23} = -0.56$  હોય તો  $r_{12}$  શોધો.
7.  $t$  - વિતરણનાં ગુણધર્મો લખો.
8. જો કુલ ખર્ચ વિધેય  $C = 50 + 3x + \sqrt{x}$  હોય તો 100 એકમની માગ હોય ત્યારે સીમાંત ખર્ચ શોધો.
9. જો માંગનું વિધેય  $P = 30 - \frac{x}{2}$  હોય તો મહત્તમ આવક મેળવવા માટે કેટલા એકમોનું ઉત્પાદન કરવું જોઈએ?
10. માંગ વિધેયના લક્ષણો જણાવો.

**Q.2**

(a) સામાયિક શ્રેણી એટલે શું? સામાયિક શ્રેણીના ઘટકો સમજાવો.

6

(b) એક કંપનીના માસિક વેચાણ (રૂ લાખમાં) ની માહિતી નીચેના કોષ્ટકમાં આપેલ છે. દ્વિઘાત પરવલય સમીકરણનું અન્યાયોજન કરો તેમજ અલ્પકાલીન વધઘટ પણ મેળવો. મેળવેલ સમીકરણનો ઉપયોગ કરીને 2023 ના વર્ષનું અનુમાનિત વેચાણ શોધો.

8

વર્ષ	2017	2018	2019	2020	2021	2022
વેચાણ (લાખમાં)	80	85	90	76	82	88

(c) જો  $x$  એ  $n$  પ્રચલ વાળો ગામા ચલ માટે સાબિત કરો કે,

$$1. E(x) = V(x) = n$$

$$2. M_x(t) = (1 - t)^{-n}$$

6

**અથવા**

(a) સુરેખ વલણ સમીકરણ અને દ્વિઘાત પરવલય સમીકરણના અન્યાયોજન માટેની ન્યુનત્તમ વર્ગની પધ્ધતિ સમજાવો.

6

(b) નીચેની માહિતી માટે મોસમી ચિલત સરેરાશની રીતે મોસમી વધઘટ અને અનિયમિત વધઘટ શોધો.

8

વર્ષ	પ્રથમ ત્રિમાસ	બીજો ત્રિમાસ	ત્રીજો ત્રિમાસ	ચોથો ત્રિમાસ
2020	118	112	111	113
2021	115	108	116	111
2022	116	113	113	117
2023	120	118	119	125

(c) જો ચલ  $x$  એ  $p$  અને  $q$  પ્રચલ વાળો પ્રથમ પ્રકારનો બીટા ચલ હોય તો સાબિત કરો કે,

6

$$1. V(x) = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}$$

$$2. E\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{p+q-1}{p-1}$$

Q.3

(a) જો માંગનું વિધેય  $x = f(p)$  અને મૂલ્યસાપેક્ષતા  $e$  હોય તો  $P \cdot f(P)$  અને  $\frac{f(p)}{p}$  વિધેયો માટે મૂલ્ય સાપેક્ષતા  $e - 1$  અને  $e + 1$  થશે એમ દર્શાવો.

8

(b) એક સિનેમાગૃહમાં 1600 બેઠકો છે. જ્યારે ટિકિટની કિંમત રૂ. 2.00 હોય છે ત્યારે 600 બેઠકો ખાલી રહે છે અને જ્યારે ટિકિટની કિંમત રૂ. 2.50 રાખવામાં આવે છે ત્યારે 880 બેઠકો ભરાય છે. જો ટિકિટની કિંમત  $P$  અને પ્રેક્ષકોની હાજરી  $x$  હોય તો માગનો નિયમ  $x = \frac{\alpha}{p} + \beta$  છે, જ્યાં  $\alpha$  અને  $\beta$  અચલાંકો છે. અચલાંકો નક્કી કરો અને માગના વિધેયનું ચોક્કસ સ્વરૂપ લખો. જો આખું થિયેટર સંપૂર્ણ ભરવું હોય તો ટિકિટનો દર શો રાખવો જોઈએ? આ ટિકિટની કઈ કિંમતે આવક મહત્તમ થશે?

6

(c) F વિતરણની વ્યાખ્યા આપો. તેનું મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

6

**અથવા**

(a) માગની મૂલ્ય સાપેક્ષતા સમજાવો. સરેરાશ આવક, સીમાંત આવક અને માગની મૂલ્યસાપેક્ષતા વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો.

6

(b) એક ઈજારદાર માટે માગ વિધેય અને કુલ ખર્ચ વિધેય નીચે મુજબ છે :

8

$$p = 40 - x \text{ (માગ વિધેય)}$$

$$C = 10 + 5x + \frac{1}{4}x^2 \text{ (ખર્ચ વિધેય)}$$

અધિકતમ નફો મેળવવા ઈજારદાર કેટલું ઉત્પાદન કરશે? અધિકતમ નફા

માટેની કિંમત અને અધિકતમ નફો શોધો.

(c)  $n$  સ્વતંત્ર માત્રાવાળો  $X^2$  – વિતરણની વ્યાખ્યા આપો. તેના મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. 6

**Q.4** (a) ન્યુનતમ વર્ગ પદ્યતિથી  $y$  ની  $x$  પરનું નિયતસબંધ સમીકરણ  $y - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$  મેળવો. અને પ્રયલિત સંકેત સાબિત કરો કે,  
$$r = \pm \sqrt{b_{yx} \times b_{xy}}$$
 8

(b) બે અસબંધિત ચલ  $x$  અને  $y$  ના મધ્યક અનુક્રમે 5 અને 10 છે તથા તેમના વિચરણો અનુક્રમે 4 અને 9 છે. જો  $u = 3x + 4y$  અને  $v = 3x - y$  હોય તો  $u$  અને  $v$  વચ્ચેનો સહસબંધાંક શોધો. 5

(c) જો  $x$  અને  $y$  પ્રચલ  $p$  અને  $q$  વડે નિરપેક્ષ ગામા ચલો હોય તો બતાવો કે, 7  
1.  $x + y$  એ  $p + q$  પ્રચલ વડે ગામા ચલ છે.  
2.  $\frac{x}{x+y}$  એ  $p$  અને  $q$  પ્રચલ વાળો પ્રથમ પ્રકારની બીટા ચલ છે.

#### અથવા

(a) સહસબંધાંકની વ્યાખ્યા આપો અને દર્શાવો કે સહસબંધાંકની કિંમત ઉદ્ગમ બિંદુ અને સ્કેલ પરિવર્તન થી નિરપેક્ષ છે. 6

(b) જો  $x$  અને  $y$  સ્વતંત્ર ચલો હોય તો બતાવો કે  $r_{x+y, x-y} = r_{x, x+y}^2 - r_{y, x+y}^2$  7

(c) પ્રયલિત સંકેત અનુસાર સાબિત કરો કે, 7  
$$\beta(p, q) = \frac{|p| |q|}{|p+q|}$$

**Q.5** (a) આંશિક સહસબંધાંક  $r_{12.3}$  ની વ્યાખ્યા આપો અને પ્રયલિત સંકેતો અનુસાર સાબિત કરો કે,  
$$r_{13.2} = \frac{r_{13} - r_{12} r_{32}}{\sqrt{1 - r_{12}^2} \sqrt{1 - r_{32}^2}}$$
 6

(b) જો  $\bar{X}_1 = 8, \bar{X}_2 = 10, \bar{X}_3 = 5, \sigma_1 = 1.8, \sigma_2 = 3.6, \sigma_3 = 0.6, r_{12} = 0.6, r_{13} = 0.7, r_{23} = 0.8$ , હોય તો  $X_1$  નું  $X_2$  અને  $X_3$  a પરનું નિયતસબંધ રેખાનું સમીકરણ મેળવો. તથા જો  $X_2 = 9$  અને  $X_3 = 8$  હોય તો  $X_1$  ની કિંમતનું આગણન કરો. 7

- (c) જો  $X^2$  એ  $n$  સ્વાતંત્ર્ય માત્રાવાળો કાય-સ્કેવર ચલ હોય અને જો  $n \rightarrow \infty$  હોય તો  $X^2$  નું વિતરણ પ્રમાણ્ય વિતરણને અનુસરે છે એમ બતાવો. 7

**અથવા**

- (a) બહુચલીય સત્સબંધાંકની વ્યાખ્યા આપી પ્રયલિત સંકેત અનુસાર સાબિત કરો કે,

$$1 = R_{1(23)}^2 = (1 - R_{12}^2)(1 - R_{13.2}^2)$$

- (b) જો  $r_{12} = 0.28, r_{13} = 0.51, r_{23} = 0.49, \sigma_1 = 2.7, \sigma_2 = 2.4, \sigma_3 = 2.7,$  હોય તો  $\sigma_{2.31}$  અને  $r_{1(23)}$  શોધો. 6

- (c) સ્ટુડન્ટ - t વિતરણ મેળવી તેનું વિચરણ મેળવો. 7

\*\*\*\*\*END\*\*\*\*\*